

التمرين 6: ABC مثلث، I منتصف [BC] و H هي المسقط العمودي لـ A على (BC).

$$(1) \text{ بين أن: } AC^2 - AB^2 = 2\overline{BC} \cdot \overline{AI}$$

$$(2) \text{ بين أن: } AC^2 - AB^2 = -2\overline{BC} \cdot \overline{IH}$$

التمرين 7: علما أن $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$ و $\|\vec{v}\| = 1$ و $\|\vec{u}\| = 2$:

(1) أحسب ما يلي:

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) \quad ; \quad \vec{u} \cdot (\vec{u} - 2\vec{v}) \quad ; \quad (2\vec{u} + \vec{v})(3\vec{u} + \vec{v})$$

$$(\sqrt{6}\vec{u} - \vec{v})(3\vec{u} + \vec{v}) \quad ; \quad (3\vec{u} - \vec{v})^2 \quad ; \quad \|2\vec{u} - \vec{v}\|$$

$$(2) \text{ بين أن المتجهتان } \vec{s} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} \text{ و } \vec{t} = \vec{u} - 2\vec{v} \text{ متعامدتان.}$$

التمرين 8: \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} ثلاث متجهات.

$$(1) \text{ بين أن: } (\|\vec{u} - \vec{v}\|)^2 + (\|\vec{u} + \vec{v}\|)^2 = 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$$

$$(2) \text{ بين أن: } \|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\vec{u} \cdot \vec{w} + 2\vec{v} \cdot \vec{w}$$

التمرين 9: نضع $\vec{u} = a\vec{i} + \vec{j}$ حيث a عدد حقيقي و $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ و $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{10}$

(1) حدد قيم العدد a .

(2) استنتج قيمة a التي من أجلها $\vec{i} - 3\vec{j}$ متعامدة مع \vec{u} .

التمرين 10: ABC مثلث معلوم.

(1) برهن أنه مهما تكن النقطة M في المستوى فإن: $\overline{MA} \cdot \overline{BC} + \overline{MB} \cdot \overline{CA} + \overline{MC} \cdot \overline{AB} = 0$

(2) استنتج أن ارتفاعات المثلث ABC تتلاقى في نقطة واحدة H هي مركز تعامد المثلث.

التمرين 11: ABC مثلث، نضع

$$\widehat{ABC} = \widehat{B} \quad \widehat{ACB} = \widehat{C} \quad \widehat{BCA} = \widehat{A} \quad \text{و} \quad \underline{AB} = c \quad \text{و} \quad AC = b \quad \text{و} \quad BC = a$$

$$(1) \text{ أ- أحسب بدلالة } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } \widehat{A} \text{ و } \widehat{B} \text{ و } \widehat{C}: (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})^2$$

$$\text{ب- استنتج أن: } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} = \frac{\cos \widehat{A}}{a} + \frac{\cos \widehat{B}}{b} + \frac{\cos \widehat{C}}{c}$$

$$(2) \text{ بين أن: } a + b + c = (b + c) \cos \widehat{A} + (c + a) \cos \widehat{B} + (a + b) \cos \widehat{C}$$

التمرين 12: A و B نقطتان بحيث $AB = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ، حدد مجموعة النقط M في المستوى بحيث:

$$MA^2 + MB^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

التمرين 1: ABCD مربع حيث: $AB = \sqrt{5}$.

أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ و $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ و $\overline{AB} \cdot \overline{BD}$ و $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$

التمرين 2: ABC مثلث مساوي الأضلاع، حيث: $AB = \sqrt{3}$

أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ و $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cdot \overline{BC}$

التمرين 3:

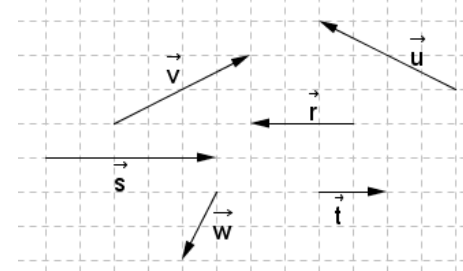
في الشكل جانبا، باستعمال التربعات كوحدة قياس، أحسب ما يلي:

$$\vec{u} \cdot \vec{w} \quad \text{و} \quad \vec{u} \cdot \vec{t} \quad \text{و} \quad \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{v} \quad \text{و} \quad \vec{s} \cdot \vec{r} \quad \text{و} \quad \vec{s} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{s} \cdot \vec{t} \quad \text{و} \quad \vec{w} \cdot \vec{v} \quad \text{و} \quad \vec{r} \cdot \vec{t} \quad \text{و} \quad \vec{t} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{u} \cdot (\vec{r} + 2\vec{s}) \quad \text{و} \quad \vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{t})$$



التمرين 4: \vec{u} و \vec{v} متجهتان، و θ قياس الزاوية (\vec{u}, \vec{v}) ، أحسب $\vec{u} \cdot \vec{v}$ في الحالات التالية:

$$(1) \|\vec{u}\| = 2 \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$(2) \|\vec{u}\| = 3 \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \text{و} \quad \theta = -\frac{\pi}{3}$$

$$(3) \|\vec{u}\| = 1 \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 1 \quad \text{و} \quad \theta = \frac{2\pi}{3}$$

$$(4) \|\vec{u}\| = 3,5 \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{5} \quad \text{و} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \|\vec{u}\| = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 1 + \sqrt{5} \quad \text{و} \quad \theta = -\pi$$

التمرين 5:

$$(1) \text{ أحسب } \|\vec{u}\| \text{ إذا علمت أن: } \vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$(2) \text{ أحسب } \|\vec{v}\| \text{ إذا علمت أن: } \vec{u} \cdot \vec{v} = -3 \quad \text{و} \quad \|\vec{u}\| = 2 \quad \text{و} \quad \theta = \frac{5\pi}{4}$$

$$(3) \text{ أحسب } \cos \theta \text{ إذا علمت أن: } \vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \text{و} \quad \|\vec{u}\| = \sqrt{2}$$

$$(4) \text{ أحسب } \theta \text{ إذا علمت أن: } \vec{u} \cdot \vec{v} = -2\sqrt{2} \quad \text{و} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \text{و} \quad \|\vec{u}\| = 2$$